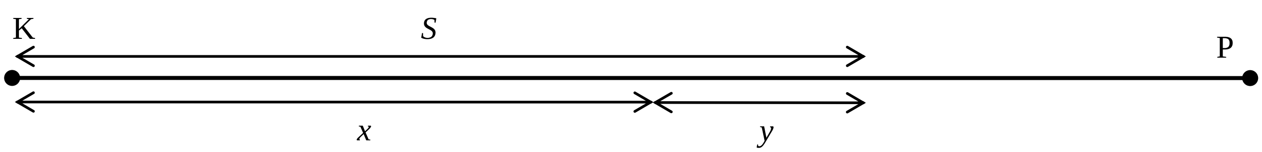
2012 m. fizikos olimpiados II turo uždavinių sprendimai
X klasė

1. Dviratininkas startavo iš Kauno į Palangą. Po laiko $t_1 = 216\,\text{min}$ jam pranešė, kad reikia skubiai grįžti, ir jis pasuko atgal. Pranešimo gavimo metu iš Kauno išvažiavo automobilis, kuris sutiko dviratininką ir jį kartu su dviračiu parvežė į Kauną. Po kiek valandų nuo starto momento dviratininkas grižo į Kauną? Kiek anksčiau jis grįžtų, jeigu gavęs pranešimą iškart sustabdytų pakeleivingą automobilį ir gižtų su juo? Yra žinoma, kad vidutinis automobilio greitis yra $k = 3$ kartus didesnis už dviratininko greitį. Dėl KET apribojimų automobilio su pritvirtintu dviračiu vidutinis greitis sumažėja 10%.

Sprendimas.

Pažymėsime dviratininko greitį v_d, automobilio greitį $v_\text{a} = kv_\text{d}$, automobilio su pritvirtintu dviračiu greitį $v_\text{ad} = (1-0{,}1)v_\text{a} = nv_\text{d}$ (čia $n = 2{,}7$). (1 taškas)

Braižome brėžinį. (1 taškas)



Čia S – atstumas, kurį nuvažiavo dviratininkas iki pranešimo; x – atstumas, kurį įveikė automobilis iki susitikimo; y – atstumas, kurį nuvažiavo dviratininkas iki susitikimo. Visas laikas tarp starto ir grįžimo

$$t = t_1 + t_2 + t_3, \qquad \text{(1 taškas)}$$

čia t_2 – laikas nuo pranešimo iki automobilio ir dviratininko susitikimo, t_3 – laikas nuo susitikimo iki grįžimo.

Kadangi $v_\text{a} = k\,v_\text{d}$, tai ir $x = ky$. Vadinasi, $x = \dfrac{kS}{k+1}$, ir $t_2 = \dfrac{t_1}{k+1}$. (1 taškas)

$$t_3 = \frac{x}{v_\text{ad}}, \quad S = t_1 v_\text{d}, \quad t_3 = \frac{kt_1}{n(k+1)}. \qquad \text{(1 taškas)}$$

Gauname galutinę formulę $\boxed{t = t_1\left(1 + \dfrac{1}{k+1} + \dfrac{k}{n(k+1)}\right)}$. (1 taškas)

$$t = 216 + \frac{216}{3+1} + \frac{3\cdot 216}{2{,}7(3+1)} = 216 + 54 + 60 = 330\ \text{(min)}. \quad \boxed{t = 5{,}5\ \text{h}}. \qquad \text{(1 taškas)}$$

Laimėtų laiko, jeigu iškart važiuotų automobiliu, $\Delta t = t_2 + t_3 - \dfrac{S}{v_\text{ad}}$. (1 taškas)

Galutinė formulė $\boxed{\Delta t = \frac{t_1}{k+1} + \frac{kt_1}{n(k+1)} - \frac{t_1}{n}}$. (1 taškas)

$\Delta t = 54 + 60 - \frac{216}{2{,}7} = 34\ (\text{min})$. $\boxed{\Delta t = 34\ \text{min}}$. (1 taškas)

2. Mokinys įpylė į arbatinuką 1,5 litro vandens ir pastatė jį ant dujinio degiklio. Vanduo užvirė per 5,0 min. Kam lygus degiklio naudingumo koeficientas? Pradinė vandens temperatūra 6 °C, arbatinuko masė 750 g, jo medžiagos savitoji šiluma 462 J/kg, aplinkos temperatūra 22 °C, dujų savitoji degimo šiluma 42 MJ/m^3, jų tankis 0,68 kg/m^3, dujų sąnaudos degant degikliui 1,26 m^3/h, vandens savitoji šiluma 4,19 kJ/m^3. Parašykite savo pastabą apie sąlygą.

Sprendimas

$\eta - ?$

$V = 1{,}5\ \text{l} = 0{,}0015\ \text{m}^3$

$\tau = 5\ \text{min} = 300\ \text{s}$

$t_1 = 6\ °\text{C}$

$m = 750\ \text{g} = 0{,}75\ \text{kg}$

$c_{\text{arb}} = 462\ \text{J/kg}$

$t_0 = 22\ °\text{C}$

$q = 42\ \text{MJ/m}^3$

$\rho_d = 0{,}68\ \text{kg/m}^3$

$v = 1{,}26\ \text{m}^3/\text{h} = 3{,}5 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^3/\text{s}$

$c_{\text{v}} = 4{,}19\ \text{kJ/(kg} \cdot °\text{C)}$

$\rho_{\text{v}} = 1000\ \text{kg/m}^3$

$t_v = 100\ °\text{C}$

Vienetų sutvarkymas (2 taškai)

Pagal apibrėžimą naudingumo koeficientas

$\eta = \frac{Q_{\text{naud}}}{Q_{\text{sunaud}}} 100\ \%$. (1 taškas)

Šiuo atveju naudinga šiluma – tai šiluma, sunaudota vandeniui šildyti: $Q_{\text{naud}} = V\rho_{\text{v}} c_{\text{v}} (t_{\text{v}} - t_1)$, (1 taškas)

Čia ρ_{v} – vandens tankis, t_{v} – vandens virimo temperatūra.

Sunaudota šiluma – tai šiluma, išsikyrusi degant dujoms:

$Q_{\text{sunaud}} = v\tau\rho_d q$. (1 taškas)

Vadinasi, $\boxed{\eta = \frac{V\rho_{\text{v}} c_{\text{v}} (t_{\text{v}} - t_1)}{v\tau\rho_d q} 100\%}$. (2 taškai)

$$\eta = \frac{0{,}0015 \cdot 1000 \cdot 4{,}19 \cdot 10^3 \cdot (100 - 6)}{3{,}5 \cdot 10^{-4} \cdot 300 \cdot 0{,}68 \cdot 42 \cdot 10^6} 100\ \% \approx 20\ \%.$$

$\boxed{\eta = 20\ \%}$. (2 taškai)

Pastaba: sąlygoje duota per daug dydžiu, nes sprendžiant nereikia žinoti arbatinuko charakteristikų, jo šildymui sunaudota šiluma nėra naudinga. (1 taškas)

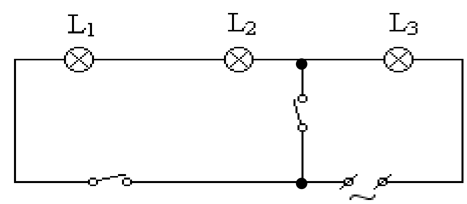
3. Jungiant į elektros tinklą 3 lempų šviestuvą su 2 jungikliais buvo padaryta klaida. Įjungus vieną iš jungiklių visos 3 lempos švietė labai silpnai. Įjungus kitą jungiklį, normaliai švietė tik viena lempa (kitos 2 nešvietė iš viso). Taip pat buvo ir vienu metu įjungus abu jungiklius. Visos lempos vienodos galios ir skirtos 220 V buitiniam įtampos tinklui.

1) Atlikite analizę ir paaiškinkite stebėtus efektus.
2) Nubraižykite aprašyto 3 lempų šviestuvo galimą jungimo schemą.
3) Nubraižykite 3 lempų šviestuvo su 2 jungikliais teisingą į elektros tinklą jungimo schemą (vienas jungiklis valdo 1 lempą, o kitas – likusias 2 lempas).

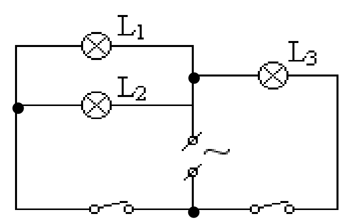
Sprendimas

1) Lempų jungimo būdų į elektros tinklą analizė, aiškinant sąlygoje aprašytus lempų švietimo atvejus elektros kurso žiniomis. (3 taškai)

2) Nubraižyta sąlygoje aprašyto 3 lempų šviestuvo galima į elektros tinklą jungimo schema. (4 taškai)



3) Nubraižyta 3 lempų šviestuvo su 2 išjungėjais teisinga į elektros tinklą jungimo schema. (3 taškai)



4. Sodinukų, augančių kvadratinės formos lysvėje, kurios kraštinė yra ilgio l, papildomam apšvietimui naudojama kaitrinė lempa. Lempa pakabinta aukštyje h lysvės centre. Koks yra maksimalus $E_{\max}$ ir minimalus $E_{\min}$ sodinukų apšviestumas, jeigu lempos šviesos stipris I ?

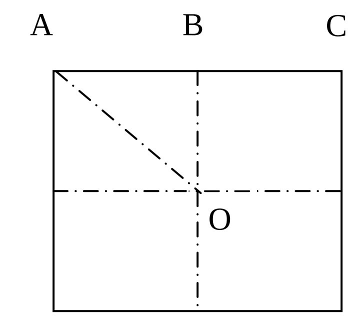
Sprendimas

Braižome brėžinį. (2 taškai)

Randamas bet kurio lysvės taško apšviestumas:

$$E = \frac{I}{r^2}\cos\alpha, \qquad (1) \qquad \text{(1 taškas)}$$

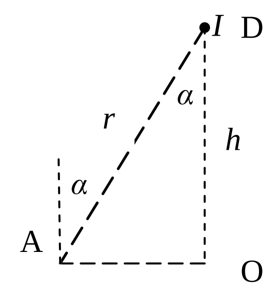
čia r – atstumas nuo lempos iki tiriamo taško, α – šviesos kritimo kampas arba kampas tarp statinio DO ir įžambinės AD.



$$\mathrm{AC} = l; \quad \mathrm{OD} = h; \quad \mathrm{AD} = r;$$

$$\mathrm{BO} = \mathrm{AB} = \frac{l}{2}. \qquad \text{(1 taškas)}$$

Minimalus lysvės apšviestumas yra lysvės kampuose, o maksimalus – lysvės centre. Pasinaudoję Pitagoro teorema, gauname:



$$\mathrm{AO}^2 = \mathrm{AB}^2 + \mathrm{BO}^2 = \frac{l^2}{4} + \frac{l^2}{4} = \frac{l^2}{2}; \qquad \text{(1 taškas)}$$

$$r^2 = \mathrm{AO}^2 + \mathrm{DO}^2 = \frac{l^2}{2} + h^2; \qquad \text{(1 taškas)}$$

$$\cos\alpha = \frac{\mathrm{DO}}{\mathrm{AD}} = \frac{h}{r} = \frac{h}{\sqrt{\frac{l^2}{2} + h^2}}; \qquad \text{(1 taškas)}$$

Gautas išraiškas įstatome į (1) lygtį: $\boxed{E_{\min} = \frac{Ih}{\left(\frac{l^2}{2} + h^2\right)^{\frac{3}{2}}}}$ (2 taškai)

$\boxed{E_{\max} = \frac{I}{h^2}}$ (1 taškas)